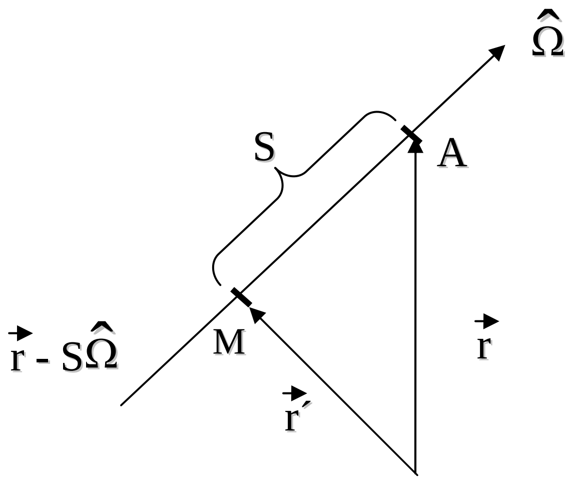
Forma Integral de la Ecuación de Boltzmann

Considerar que los neutrones observados en el punto A, con una velocidad v (o energía E), en el instante t y dirigiéndose en la dirección $\bar{\Omega}$, con aquellos que partieron del conjunto de puntos M, a la velocidad v, en un instante t-$\frac{s}{v}$, en la dirección $\bar{\Omega}$ y que recorrieron la trayectoria MA sin choque.



El número de neutrones en un punto $\bar{r}$, a la velocidad v, en la dirección $\bar{\Omega}$, en el instante t es:

$$q(\bar{r}, v, \bar{\Omega}, t) = \int_{0}^{\infty} \int_{4\pi} \sum_S (\bar{r}, v' \rightarrow v, \Omega' \rightarrow \Omega)\, \phi(\bar{r}, v', \Omega', t)\, dv'\, d\Omega +$$
$$S(\bar{r}, v, \bar{\Omega}, t) \text{---} (1)$$

La probabilidad de no choque entre M y A es:

$$\exp\left(-\int_M^A \sum_t (\bar{r}, v, \bar{\Omega},)ds\right) = e^{-\Sigma_s S}$$

en donde $\sum S$ es la trayectoria óptica.

Entonces:

$$\phi(\bar{r},v,\bar{\Omega},t)=\int_{\circ}^{\infty} e^{-\Sigma s}\, q(\bar{r}-s\bar{\Omega},v,\bar{\Omega},t-\frac{s}{v})ds \text{-------------------(2)}$$

Las ecuaciones (1) y (2) representan la forma integral de la ecuación de Boltzmann.

Para un medio finito, hay que sustituir en la ecuación (2)

$\int_{\circ}^{\infty}$ por $\int_{\circ}^{S\max}$ en donde Smax es tal que $\bar{r}-s_{\max}\bar{\Omega}$, sea un punto de la superficie

que limita el dominio.

Caso en que la dispersión, el medio y las fuentes son isotrópicos: $\Rightarrow \sum_s$ no depende ni de $\bar{\Omega}$ ni de $\bar{\Omega}'$:

$$\sum_s (\bar{r},v\rightarrow v',\ \bar{\Omega}\rightarrow\bar{\Omega}')=\frac{1}{4\pi}\sum_s (\bar{r},v\rightarrow v')$$

Para la fuente isotrópica:

$$S(\bar{r},v,\quad \bar{\Omega},t)=\frac{1}{4\pi}S(\bar{r},\ v,t)$$

Bajo estas condiciones q no depende de Ω y la ecuación (1) se reduce a:

$$(3).........q(\bar{r},v,t)=\int_{\circ}^{\infty}\sum_s (\bar{r},v'\rightarrow v)\,\phi(\bar{r},v',t)dv'+S(\bar{r},v,t)$$

La ecuación (2) se reduce a:

$$(4).........\phi(\bar{r},v,\bar{\Omega},t)=\frac{1}{4\pi}\int_{\circ}^{\infty} e^{-\Sigma_s}\, q((\bar{r}-s\bar{\Omega},v,t-\frac{s}{v})ds$$

Para obtener el flujo escalar hay que integrar la ecuación 4 sobre $\bar{\Omega}$:
Suponer un elemento de volumen alrededor del punto

$$\bar{r}'=\bar{r}-s\bar{\Omega},\ d^3r'=s^2dsd\Omega$$

$$\Rightarrow \phi(\vec{r}, v, t) = \int_{reactor} \frac{e^{-\sum s}}{4\pi\, s^2} d^3 r' \left[\int_0^\infty \sum\nolimits_s \left(\vec{r}', v' \to v\right) \phi\left(\vec{r}', v', t - \frac{s}{v} \right) + S\left(\vec{r}', v, t - \frac{s}{v} \right) \right]]$$

en donde $S = \left| \vec{r}' - \vec{r} \right|$

Para el caso de estado estacionario:

$$\phi(\vec{r}, v) = \int \frac{e^{-\sum S}}{4\pi s^2} d^3 r' \left[\int_0^\infty \sum\nolimits_s (\vec{r}', v' \to v) \phi(\vec{r}', v') dv' + S(\vec{r}', v) \right]$$