

El Método de Probabilidades de Colisión para la Solución de la Ecuación de Transporte

Este método es utilizado para resolver la forma integral de la ecuación de transporte de neutrones. El sistema de ecuaciones a ser resuelto en este método se puede formular de la siguiente manera:

$$\phi_{k,h} = \sum_{\lambda} T_{\lambda \rightarrow k,h} V_{\lambda} \left[\sum_{h'} (\Sigma_{\lambda,h' \rightarrow h} + \lambda \chi_h v \Sigma_{f,\lambda,h'}) \phi_{\lambda,h'} \right] \quad (1)$$

Los subíndices k y λ se refieren a las regiones de flujo plano de 1 a K (ver Figura 1). Los índices h y h' se refieren a los grupos de energía.

ϕ = flujo,

V = volumen,

$P_{\lambda \rightarrow k,h}$ = probabilidad de que un neutrón emitido en la región λ tendrá su próxima colisión en la región k (grupo h),

$\Sigma_{k,h}$ = sección eficaz macroscópica total de la región k y del grupo h ,

$\Sigma_{k,h' \rightarrow h}$ = sección eficaz macroscópica de dispersión de la región k para dispersión de los neutrones del grupo h' al h .

$T_{\lambda \rightarrow k,h} = P_{\lambda \rightarrow k,h} / \Sigma_{k,h} V_k$,

$v \Sigma_f$ = sección eficaz macroscópica de fisión*nu,

χ_h = fracción de neutrones de fisión en el grupo h y

λ = eigenvalor a ser determinado ($k_{\infty} = 1 / \lambda$).

La probabilidad de que los neutrones que nacen uniformemente e isotrópicamente en una región homogénea λ , tengan su primera colisión en la región k , está dada por la siguiente expresión:

Si $k \neq \lambda$, entonces:

$$\Sigma_{\lambda} V_{\lambda} P_{\lambda \rightarrow k} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} d\alpha \int dy [Ki_3(\tau_{k,\lambda}) - Ki_3(\tau_{k,\lambda} + \tau_{\lambda}) - Ki_3(\tau_{k,\lambda} + \tau_k) + Ki_3(\tau_{k,\lambda} + \tau_{\lambda} + \tau_k)] \quad (2)$$

Si $k = \lambda$, entonces:

$$\Sigma_k V_k P_{k \rightarrow k} = \Sigma_k V_k - \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} d\alpha \int dy [Ki_3(0) - Ki_3(\tau_k)] \quad (3)$$

donde:

$$Ki_3(\tau) = \int_0^{\infty} \frac{e^{-\tau} \cosh(u)}{\cosh^3(u)} du \quad - \text{ conocida como la función de Bickley} \quad (4)$$

Σ_k = es la sección eficaz macroscópica total en la región k ,

$P_{\lambda \rightarrow k}$ = es la probabilidad de que los neutrones que nacen en la región λ tengan su siguiente colisión en la región k ,

$\tau_k, \tau_\lambda, \tau_{k,\lambda}$ = son las longitudes ópticas a través de la región k , λ , y la longitud óptica combinada entre las regiones k y λ , respectivamente. La Figura 1 ilustra la discretización del dominio para el cálculo de las probabilidades de colisión. La evaluación numérica de P es una integración sobre el sistema en la variable y y en la variable angular α . Para ello se trazan grupos de líneas paralelas equidistantes a través de la geometría en un número de ángulos igualmente espaciados. Las intercepciones del rastro y el número de regiones asociadas con las intercepciones de cada línea se calculan y las probabilidades de colisión son entonces calculadas usando los datos del rastro interceptado así como las constantes de grupo. La exactitud de las probabilidades de colisión se determina por el número de líneas de integración y el número de direcciones de integración.

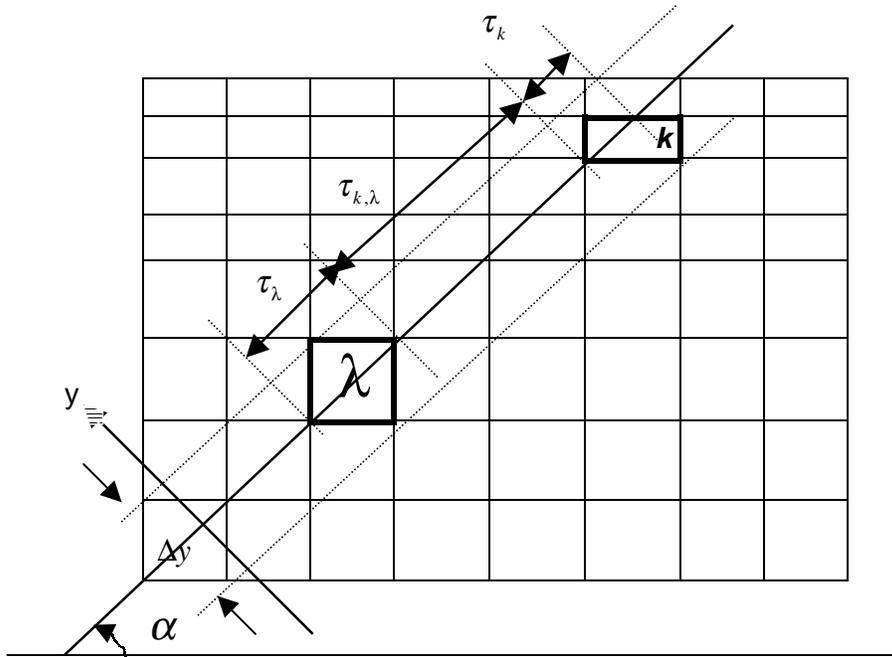


Figura 1 Discretización del Dominio para el Cálculo de las Probabilidades de Colisión.

La ecuación (1) puede también escribirse como:

$$\phi_{k,h} = \sum_{\lambda} T_{\lambda \rightarrow k,h} S_{\lambda,h} + \sum_{\lambda} T_{k,\lambda,h} V_{\lambda} \Sigma_{\lambda,h \rightarrow h} \phi_{\lambda,h} \quad (5)$$

donde:

$$S_{\lambda,h} = \sum_{h' \neq h} V_{\lambda} \Sigma_{\lambda,h' \rightarrow h} \phi_{\lambda,h'} + \lambda \chi_h F_{\lambda} \quad (6)$$

y

$$F_{\lambda} = \sum_{h'} v \Sigma_{f,\lambda,h'} \phi_{\lambda,h'} V_{\lambda} \quad (7)$$

El primer término de la ecuación $S_{\lambda,h}$ es la fuente de dispersión y el segundo es la fuente de fisión. La ecuación para un grupo de energía se obtiene de la ecuación (5) simplemente eliminando el índice h

$$\phi_k = \sum_{\lambda} T_{k,\lambda} S_{\lambda} + \sum_{\lambda} T_{k,\lambda} V_{\lambda} \Sigma_{\lambda} \phi_{\lambda} \quad (8)$$

Si en el segundo término del lado derecho de la ecuación (8) se separa el término $\lambda = k$, se obtiene:

$$\phi_k = \frac{\sum_{\lambda} T_{k,\lambda} S_{\lambda} + \sum_{\lambda \neq k} T_{k,\lambda} V_{\lambda} \Sigma_{\lambda} \phi_{\lambda}}{1 - T_{k,k} V_k \Sigma_k} \quad (9)$$

De la ecuación anterior se puede obtener una solución iterativa, es decir:

$$\phi_k^{(m+1)} = \frac{\sum_{\lambda} T_{k,\lambda} S_{\lambda} + \sum_{\lambda \neq k} T_{k,\lambda} V_{\lambda} \Sigma_{\lambda} \phi_{\lambda}^{(m)}}{1 - T_{k,k} V_k \Sigma_k} \quad (10)$$

donde m es el índice de iteración. Para la solución de la ecuación anterior se utiliza el esquema de iteración de Gauss-Seidel en donde nuevos valores de ϕ_k son usados tan pronto como el nuevo valor está disponible.

Las iteraciones realizadas son interrumpidas cuando se cumple el siguiente criterio:

$$\max_k \left| \frac{\phi_k^{(m+1)} - \phi_k^{(m)}}{\phi_k^{(m+1)}} \right| < \varepsilon \quad (11)$$